Зидни носачи

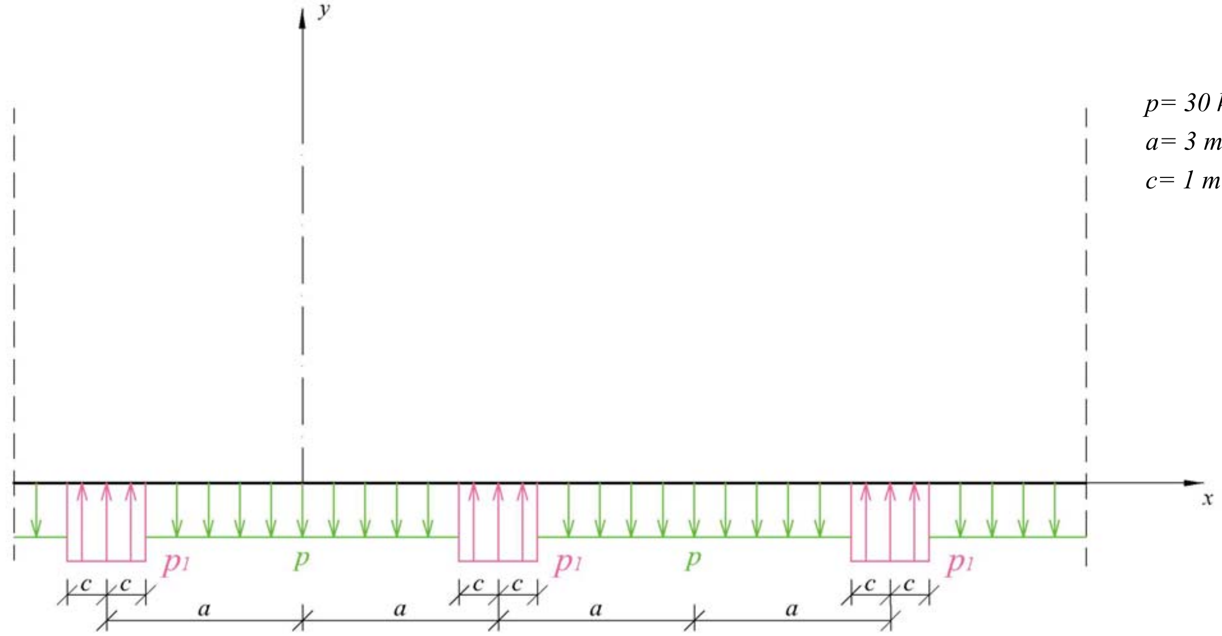
Периодично оптерећење полуравни

Пример 1.

За полураван оптерећену периодичним оптерећењем, приказану на слици,:

a) одредити изразе за пресечне силе

b) користећи први члан реда усвојеног решења, различит од нуле, нацртати дијаграме пресечних сила у пресецима ***x= 0, a/2, a***. За цртање дијаграма користити ординате дијаграма за ***y= 0, a/2, a, 1.5a, 2a***.



Решење

a) Полураван је плоча чија је средња раван ограничена правом ***y= 0*** и која се протеже у бесконачност за ***y> 0***. Периода на којој се понавља оптерећење је ***L= 2a***. Реакције ослонаца $\boldsymbol{p_1}$ се одређују из услова равнотеже сила у ***y-*** *правцу* на периоди:

$$\sum Y = 0: \; 2\cdot c\cdot p_1 = 2\cdot(a-c)\cdot p \;\; \Rightarrow \; p_1 = p\cdot\frac{(a-c)}{c} = 30\cdot\frac{(3-1)}{1} = 60 \;\; kN/m$$

Пресечне силе ћемо одредити помоћу *напонске функције*, која мора да задовољи диференцијалну једначину равног напрезања:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\cdot\frac{\partial^4 F}{\partial x^2\cdot\partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0$$

Решење је претпостављено у облику једноструког тригонометријског реда где је сваки члан реда производ непознате функције од ***y***, *Yn(y)*, и усвојене функције од ***x***, $\sin\frac{2n\pi x}{L}$ или $\cos\frac{2n\pi x}{L}$: $F = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(y)\cdot\sin\frac{2n\pi x}{L}$ или $F = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(y)\cdot\cos\frac{2n\pi x}{L}$.

У ком облику ћемо претпоставити напонску функцију зависи од граничних услова.

Гранични услови:

$$y=0\quad\begin{cases}N_y=p(x)\text{..........}(1)\\ N_{xy}=0\text{..............}(2)\end{cases}$$

Линијско оптерећење које делује по контури плоче је, за усвојени координатни систем, парно па и пресечна сила $\boldsymbol{N_x}$ мора да буде парна функција. Пошто је сила $\boldsymbol{N_x}$ дефинисана као: $N_x=\dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2}$, *напонску функцију* усвојићемо у облику: $F=\sum_{n=1}^{\infty}Y_n(y)\cdot\cos\dfrac{2n\pi x}{L}$. Претпостављено решење уносимо у диференцијалну једначину:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(Y_n^{IV}(y)-2\cdot\left(\frac{2n\pi}{L}\right)^2\cdot Y_n^{II}(y)+\left(\frac{2n\pi}{L}\right)^4\cdot Y_n(y)\right)\cdot\cos\frac{2n\pi x}{L}=0$$

Решење ове хомогене диференцијалне једначине је:

$$F=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(\overline{A}_n+\frac{2n\pi y}{L}\cdot\overline{B}_n\right)\cdot e^{-\frac{2n\pi y}{L}}+\left(\overline{C}_n+\frac{2n\pi y}{L}\cdot\overline{D}_n\right)\cdot e^{\frac{2n\pi y}{L}}\right]\cdot\cos\frac{2n\pi x}{L}$$

Да пресечне силе за $y\to\infty$ не би имале бесконачне вредности, коефицијенти $\overline{C}_n$ и $\overline{D}_n$ морају да буду једнаки нули. Ако се са α_n означи: $\alpha_n=\dfrac{2n\pi}{L}$, израз за напонску функцију је:

$F=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\overline{A}_n+\alpha_n\cdot y\cdot\overline{B}_n\right)\cdot e^{-\alpha_n\cdot y}\cdot\cos(\alpha_n\cdot x)$ или $F=\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\alpha_n^2}\left(A_n+\alpha_n\cdot y\cdot B_n\right)\cdot e^{-\alpha_n\cdot y}\cdot\cos(\alpha_n\cdot x)$.

Изрази за пресечне силе су:

$$N_y=\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}=-\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n+\alpha_n\cdot y\cdot B_n\right)\cdot e^{-\alpha_n\cdot y}\cdot\cos(\alpha_n\cdot x)$$

$$N_x=\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(A_n-2\cdot B_n\right)+\alpha_n\cdot y\cdot B_n\right]\cdot e^{-\alpha_n\cdot y}\cdot\cos(\alpha_n\cdot x)$$

$$N_{xy}=-\frac{\partial^2 F}{\partial x\partial y}=-\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(A_n-B_n\right)+\alpha_n\cdot y\cdot B_n\right]\cdot e^{-\alpha_n\cdot y}\cdot\sin(\alpha_n\cdot x)$$

Да бисмо могли да решимо дати проблем, линијско оптерећење треба да развијемо у бесконачни косинусни тригонометријски ред:

$p(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cdot\cos\dfrac{2n\pi x}{L};\quad a_0=0$ - оптерећење је равнотежно на периоди $\boldsymbol{L=2a}$

$$a_n=\frac{2}{L}\cdot\int_{-L/2}^{L/2}\overline{p}(x)\cdot\cos\frac{2n\pi x}{L}dx=\frac{4}{L}\cdot\int_{0}^{L/2}\overline{p}(x)\cdot\cos\frac{2n\pi x}{L}dx=\frac{4}{2a}\cdot\int_{0}^{a}\overline{p}(x)\cdot\cos\frac{2n\pi x}{2a}dx$$

$$\overline{p}(x)=\begin{cases}-p_1;\ -a<x<-(a-c)\\ p;\ -(a-c)<x<(a-c)\\ -p_1;\ (a-c)<x<a\end{cases}$$

$$a_n=\frac{2}{a}\cdot\left(\int_{0}^{a-c}p\cdot\cos\frac{n\pi x}{a}dx+\int_{a-c}^{a}-p_1\cdot\cos\frac{n\pi x}{a}dx\right)=...=-\frac{2\cdot p\cdot a}{\pi\cdot c}\cdot\frac{(-1)^n}{n}\cdot\sin\frac{n\pi c}{a}$$

$$p(x)=\sum_{n=1}^{\infty}-\frac{2\cdot p\cdot a}{\pi\cdot c}\cdot\frac{(-1)^n}{n}\cdot\sin\frac{n\pi c}{a}\cdot\cos\frac{2n\pi x}{L}$$

Из граничних услова (1) и (2) одредићемо непознате коефицијенте ***An*** и ***Bn***:

$$-\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n+\alpha_n\cdot 0\cdot B_n\right)\cdot e^{-\alpha_n\cdot 0}\cdot\cos(\alpha_n\cdot x)=\sum_{n=1}^{\infty}-\frac{2\cdot p\cdot a}{\pi\cdot c}\cdot\frac{(-1)^n}{n}\cdot\sin\frac{n\pi c}{a}\cdot\cos(\alpha_n\cdot x)\text{.......}(1)$$

$$-\sum_{n=1}^{\infty}\left[(A_n-B_n)+\alpha_n\cdot 0\cdot B_n\right]\cdot e^{-\alpha_n\cdot 0}\cdot\sin(\alpha_n\cdot x)=0\text{...}(2)$$

Гранични услови морају да буду задовољени за сваки члан реда и за свако ***x***, на основу чега следи:

$$-\left(A_n+\alpha_n\cdot 0\cdot B_n\right)\cdot e^{-\alpha_n\cdot 0}=-\frac{2\cdot p\cdot a}{\pi\cdot c}\cdot\frac{(-1)^n}{n}\cdot\sin\frac{n\pi c}{a}\text{.......}(1)$$

$$-\left[(A_n-B_n)+\alpha_n\cdot 0\cdot B_n\right]\cdot e^{-\alpha_n\cdot 0}=0\text{..................................}(2)$$

Решење овог система једначина је:

$$A_n=B_n=\frac{2\cdot p\cdot a}{\pi\cdot c}\cdot\frac{(-1)^n}{n}\cdot\sin\frac{n\pi c}{a}$$

Решење за пресечне силе:

$$N_y=\frac{\partial^2F}{\partial x^2}=-\sum_{n=1}^{\infty}\left(A_n+\alpha_n\cdot y\cdot B_n\right)\cdot e^{-\alpha_n\cdot y}\cdot\cos(\alpha_n\cdot x)$$

$$N_x=\frac{\partial^2F}{\partial y^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\left[(A_n-2\cdot B_n)+\alpha_n\cdot y\cdot B_n\right]\cdot e^{-\alpha_n\cdot y}\cdot\cos(\alpha_n\cdot x)$$

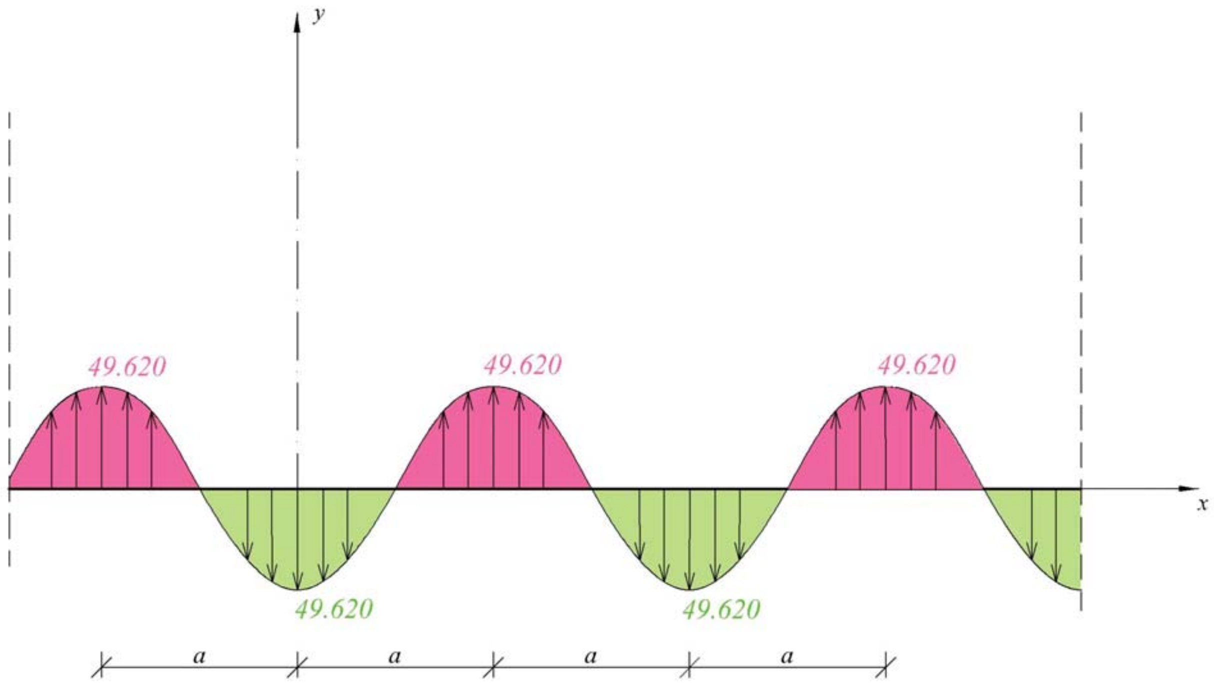
$$N_{xy}=-\frac{\partial^2F}{\partial x\partial y}=-\sum_{n=1}^{\infty}\left[(A_n-B_n)+\alpha_n\cdot y\cdot B_n\right]\cdot e^{-\alpha_n\cdot y}\cdot\sin(\alpha_n\cdot x)$$

b) $n=1$

$$a_1=-\frac{2\cdot p\cdot a}{\pi\cdot c}\cdot\frac{(-1)^1}{1}\cdot\sin\frac{1\cdot\pi c}{a}=-\frac{2\cdot 30\cdot 3}{\pi\cdot 1}\cdot\frac{(-1)^1}{1}\cdot\sin\frac{1\cdot\pi\cdot 1}{3}=49.620$$

$$p(x)=49.620\cdot\cos\frac{2\cdot 1\cdot\pi x}{2\cdot a}=49.620\cdot\cos\frac{\pi x}{3}$$

Оптерећење за које ћемо одредити пресечне силе приказано је на слици:



Гранични услови:

$$-\left(A_1+\alpha_1\cdot 0\cdot B_1\right)\cdot e^{-\alpha_1\cdot 0}\cdot\cos(\alpha_1\cdot x)=49.620\cdot\cos(\alpha_1\cdot x)................(1)$$

$$-\left[(A_1-B_1)+\alpha_1\cdot 0\cdot B_1\right]\cdot e^{-\alpha_1\cdot 0}\cdot\sin(\alpha_1\cdot x)=0..................................(2)$$

$$\alpha_1=\frac{2n\pi}{L}=\frac{2\cdot 1\cdot\pi}{2\cdot a}=\frac{\pi}{3}$$

Решење система једначина је:

$$A_1=B_1=-49.620$$

Пресечне силе:

$$N_y=49.620\cdot\left(1+\frac{\pi}{3}\cdot y\right)\cdot e^{-\frac{\pi}{3}\cdot y}\cdot\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

$$N_x=-49.620\cdot\left[-1+\frac{\pi}{3}\cdot y\right]\cdot e^{-\frac{\pi}{3}\cdot y}\cdot\cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

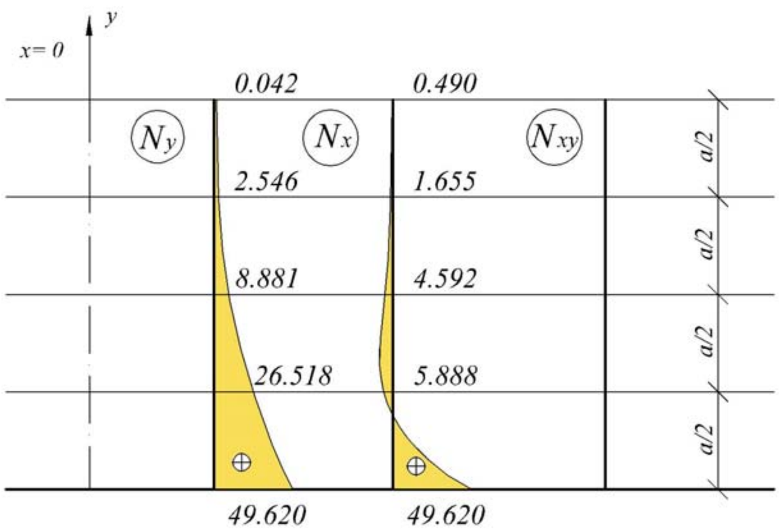
$$N_{xy}=49.620\cdot\frac{\pi}{3}\cdot y\cdot e^{-\frac{\pi}{3}\cdot y}\cdot\sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

*Дијаграми за **x= 0**:*

$$N_y=49.620\cdot\left(1+\frac{\pi}{3}\cdot y\right)\cdot e^{-\frac{\pi}{3}\cdot y}\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot 0}{3}\right)=49.620\cdot\left(1+\frac{\pi}{3}\cdot y\right)\cdot e^{-\frac{\pi}{3}\cdot y}$$

$$N_x=-49.620\cdot\left[-1+\frac{\pi}{3}\cdot y\right]\cdot e^{-\frac{\pi}{3}\cdot y}\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot 0}{3}\right)=-49.620\cdot\left[-1+\frac{\pi}{3}\cdot y\right]\cdot e^{-\frac{\pi}{3}\cdot y}$$

$$N_{xy}=49.620\cdot\frac{\pi}{3}\cdot y\cdot e^{-\frac{\pi}{3}\cdot y}\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot 0}{3}\right)\equiv 0$$

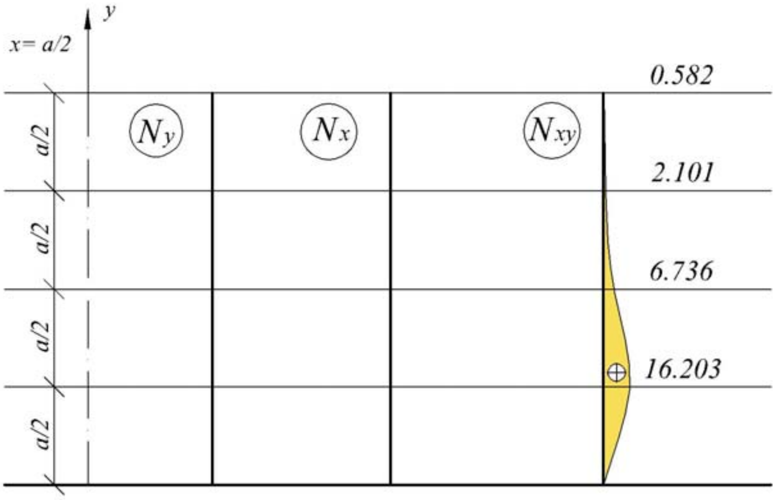


Дијаграми за ***x= a/2= 1.5 m***:

$$N_y = 49.620 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{3} \cdot y\right) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot 1.5}{3}\right) \equiv 0$$

$$N_x = -49.620 \cdot \left[-1 + \frac{\pi}{3} \cdot y\right] \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot 1.5}{3}\right) \equiv 0$$

$$N_{xy} = 49.620 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot y \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot 1.5}{3}\right) \equiv 49.620 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot y \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y}$$

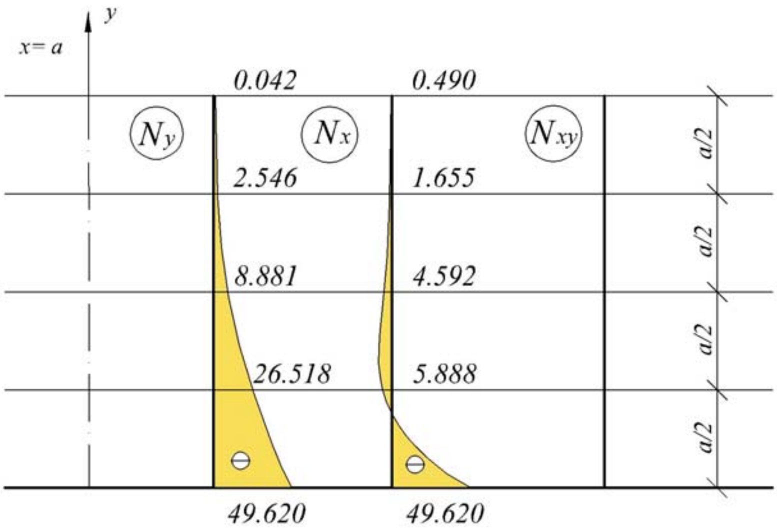


Дијаграми за ***x= a= 3 m***:

$$N_y = 49.620 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{3} \cdot y\right) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot 3}{3}\right) = -49.620 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{3} \cdot y\right) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y}$$

$$N_x = -49.620 \cdot \left[-1 + \frac{\pi}{3} \cdot y\right] \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot 3}{3}\right) = 49.620 \cdot \left[-1 + \frac{\pi}{3} \cdot y\right] \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y}$$

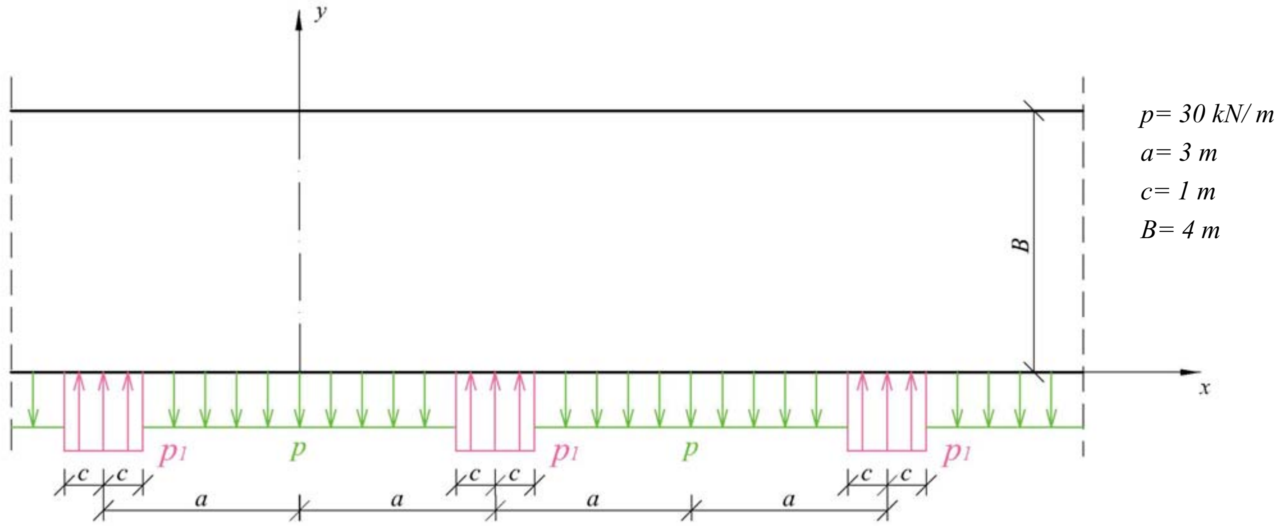
$$N_{xy} = 49.620 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot y \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot 0}{3}\right) \equiv 0$$



Периодично оптерећење носача зидова

Пример 2.

За зидни носач оптерећен периодичним оптерећењем, приказан на слици, користећи први члан реда усвојеног решења, различит од нуле, нацртати дијаграме пресечних сила у пресецима ***x= 0, a/2, a***. За цртање дијаграма користити ординате дијаграма за ***y= 0, B/4, B/2, 3B/4, B***.



Решење

a) Зидни носач или платно је плоча чија је средња раван ограничена правама ***y= 0*** и ***y= B*** . Пошто је оптерећење исто као у *примеру 1* оптерећење апроксимирано првим чланом тригонометријског реда:

$$p(x) = 49.620 \cdot \cos\frac{\pi x}{3}$$

Решење за *напонску функцију* је:

$$F = \frac{1}{\alpha_1^2}\left[\left(A_1 + \alpha_1 \cdot y \cdot B_1\right)\cdot e^{-\alpha_1 \cdot y} + \left(C_1 + \alpha_1 \cdot y \cdot D_1\right)\cdot e^{\alpha_1 \cdot y}\right]\cdot \cos(\alpha_1 \cdot x); \quad \alpha_1 = \frac{\pi}{3}$$

Имамо четири непозната коефицијента ***A₁***, ***B₁***, ***C₁*** и ***D₁*** које ћемо одредити из граничних услова.

<u>*Гранични услови:*</u>

$$y = 0 \begin{cases} N_y = p(x) \text{...........}(1) \\ N_{xy} = 0 \text{..............}(2) \end{cases} \qquad y = B \begin{cases} N_y = 0 \text{...........}(3) \\ N_{xy} = 0 \text{..........}(4) \end{cases}$$

Изрази за пресечне силе су:

$$N_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -\left[\left(A_1 + \alpha_1 \cdot y \cdot B_1\right)\cdot e^{-\alpha_1 \cdot y} + \left(C_1 + \alpha_1 \cdot y \cdot D_1\right)\cdot e^{\alpha_1 \cdot y}\right]\cdot \cos(\alpha_1 \cdot x)$$

$$N_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \left\{ \left[\left(A_1 - 2 \cdot B_1\right) + \alpha_1 \cdot y \cdot B_1\right]\cdot e^{-\alpha_1 \cdot y} + \left[\left(C_1 + 2 \cdot D_1\right) + \alpha_1 \cdot y \cdot D_1\right]\cdot e^{\alpha_1 \cdot y}\right\}\cdot \cos(\alpha_1 \cdot x)$$

$$N_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\left\{ \left[\left(A_1 - B_1\right) + \alpha_1 \cdot y \cdot B_1\right]\cdot e^{-\alpha_1 \cdot y} - \left[\left(C_1 + D_1\right) + \alpha_1 \cdot y \cdot D_1\right]\cdot e^{\alpha_1 \cdot y}\right\}\cdot \sin(\alpha_1 \cdot x)$$

Систем једначина:

$$-A_1 - C_1 = 49.620 \text{...}(1)$$

$$-A_1 + B_1 + C_1 + D_1 = 0 \text{...}(2)$$

$$0.015 \cdot A_1 + 0.0635 \cdot B_1 + 65.943 \cdot C_1 + 276.221 \cdot D_1 = 0 \text{.........}(3)$$

$$-0.015 \cdot A_1 - 0.048 \cdot B_1 + 65.943 \cdot C_1 + 342.164 \cdot D_1 = 0 \text{........}(4)$$

чија су решења: $A_1 = -50.134$; $B_1 = -50.539$; $C_1 = 0.5136$; $D_1 = -0.1083$.

Пресечне силе су једнаке:

$$N_y = -\left[-(50.134 + 52.924 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} + (0.5136 - 0.1134 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y} \right] \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

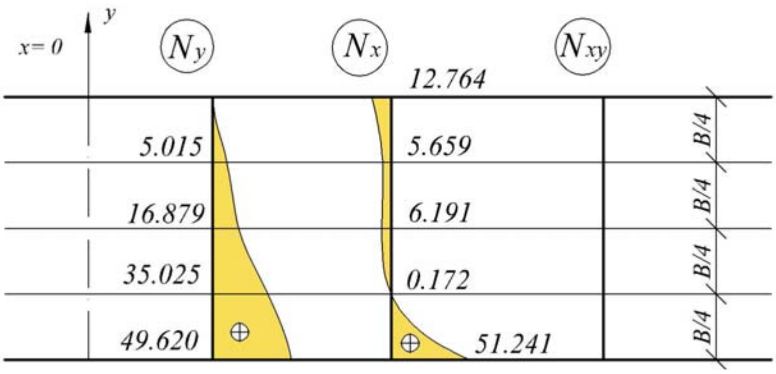
$$N_x = \left[(50.944 - 52.924 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} + (0.297 - 0.1134 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y} \right] \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

$$N_{xy} = -\left[(0.4053 - 52.924 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} - (0.4053 - 0.1134 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y} \right] \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

*Дијаграми за **x= 0**:*

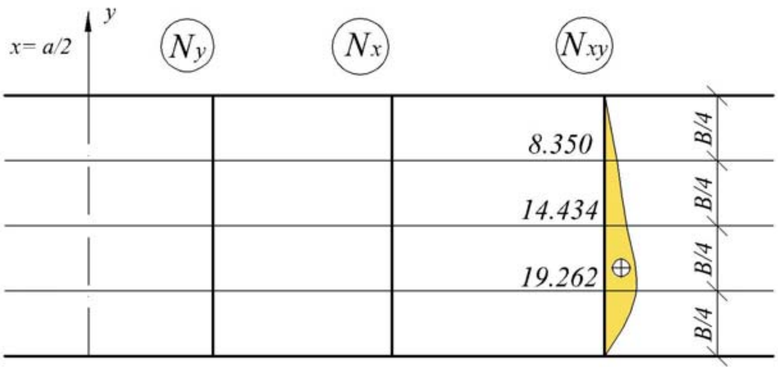
$$N_y = (50.134 + 52.924 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} - (0.5136 - 0.1134 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}$$

$$N_x = (50.944 - 52.924 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} + (0.297 - 0.1134 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}; \quad N_{xy} \equiv 0$$



*Дијаграми за **x= a/2**:*

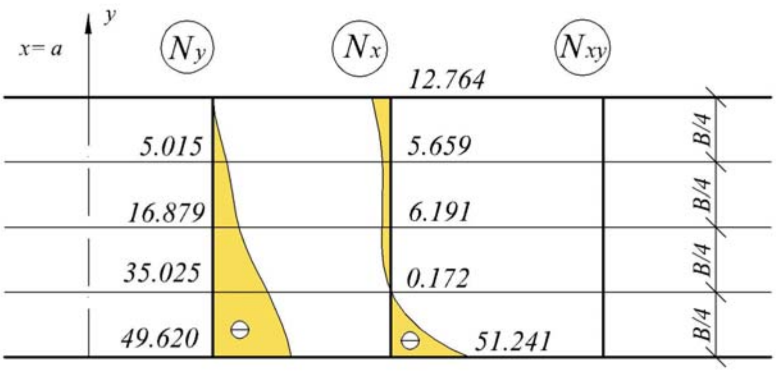
$$N_y \equiv 0; \quad N_x \equiv 0; \quad N_{xy} = -(0.4053 - 52.924 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} + (0.4053 - 0.1134 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}$$



*Дијаграми за **x= a**:*

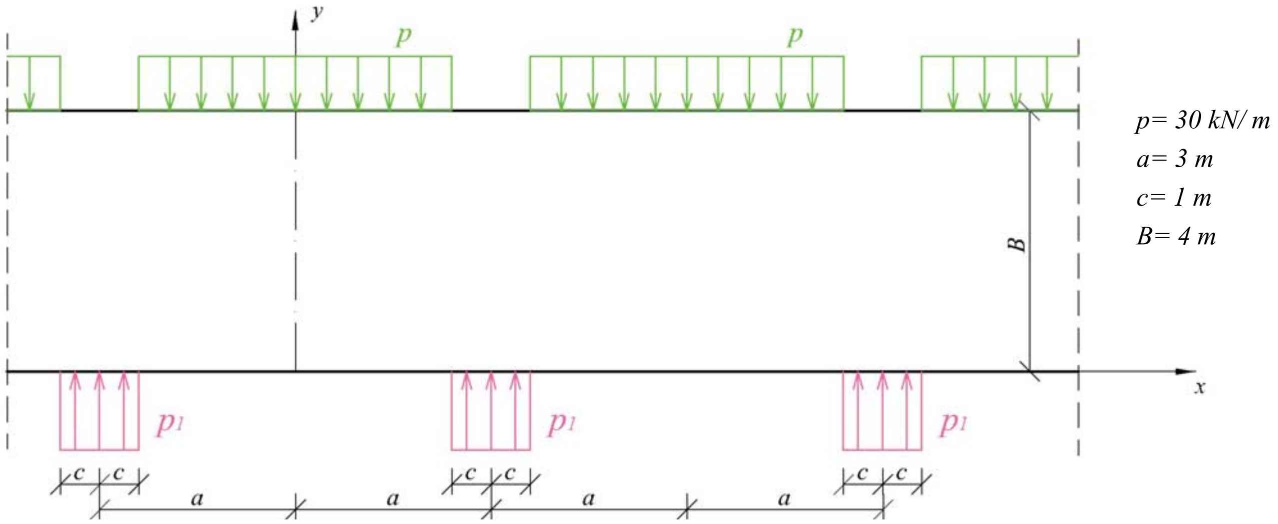
$$N_y = -(50.134 + 52.924 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} + (0.5136 - 0.1134 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}$$

$$N_x = -(50.944 - 52.924 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} - (0.297 - 0.1134 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}; \quad N_{xy} \equiv 0$$



Пример 3.

За зидни носач оптерећен периодичним оптерећењем, приказан на слици, користећи прва два члан реда усвојеног решења, различита од нуле, нацртати дијаграме пресечних сила у пресецима ***x= 0, a/2, a***. За цртање дијаграма користити ординате дијаграма за ***y= 0, B/4, B/2, 3B/4, B***.



Решење

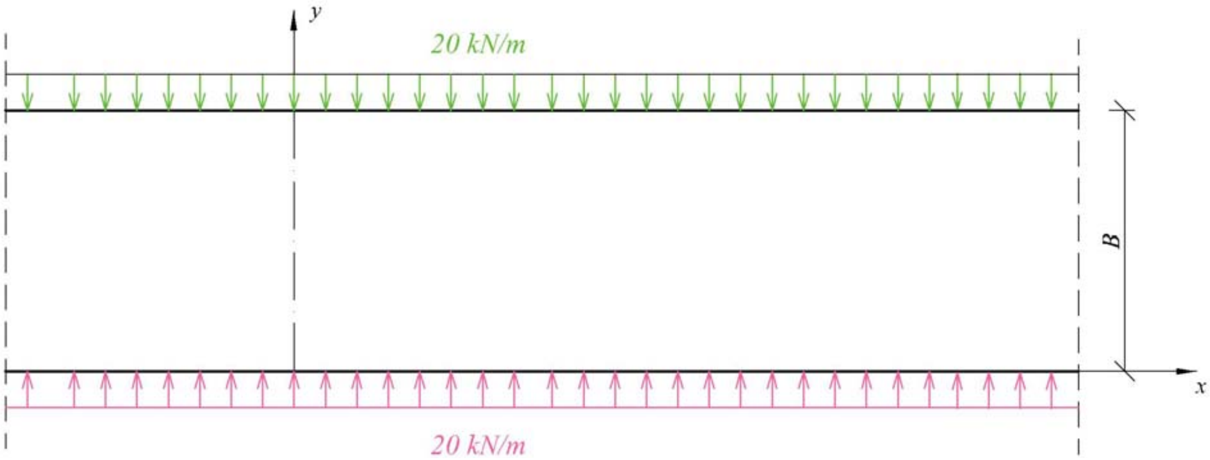
Оптерећење на доњој контури апроксимираћемо прво само првим чланом косинусног тригонметријског ред:

$$p(x)=\frac{a_0}{2}; \quad a_0=\frac{2}{L}\cdot\int_{-L/2}^{L/2}\overline{p}(x)\cdot dx=\frac{2\cdot 2}{2\cdot a}\cdot\int_{a-c}^{a}p_1\cdot dx=\frac{2}{a}\cdot p_1\cdot c=40; \quad p(x)=20$$

Исто ћемо урадити и са оптерећењем на горњој контури:

$$p^{"}(x)=\frac{a_0^{"}}{2}; \quad a_0^{"}=\frac{2}{L}\cdot\int_{-L/2}^{L/2}\overline{p}(x)\cdot dx=\frac{2\cdot 2}{2\cdot a}\cdot\int_{0}^{a-c}p\cdot dx=\frac{2}{a}\cdot p\cdot(a-c)=40; \quad p^{"}(x)=20$$

Оптерећење за које ћемо одредити пресечне силе приказано је на слици:



Напонска функција која задовољава диференцијалну једначину равног напрезања и граничне услове за ово оптерећење је: $F=A_0\cdot x^2$.

Пресечне силе су једнаке: $N_y=2\cdot A_0; \quad N_x=0; \quad N_{xy}=0$

Гранични услови:

$$y=0\ \begin{cases}N_y=-20\text{...........}(1)\\ N_{xy}=0\text{..............}(2)\end{cases} \qquad y=B\ \begin{cases}N_y=-20\text{...........}(3)\\ N_{xy}=0\text{.............}(4)\end{cases}$$

Из граничних услова се добија решење за непознати коефицијент A_0:

$A_0=-10$, па су изрази за пресечне силе: $N_y=-20; \quad N_x=0; \quad N_{xy}=0$

Сада оптерећење на доњој контури апроксимирамо само другим чланом реда:

$$a_1 = \frac{2}{L}\cdot\int_{-L/2}^{L/2}\overline{p}(x)\cdot\cos\frac{2n\pi x}{L}dx = \frac{4}{L}\cdot\int_{0}^{L/2}\overline{p}(x)\cdot\cos\frac{2\cdot 1\cdot\pi x}{L}dx = \frac{4}{2a}\cdot\int_{0}^{a}\overline{p}(x)\cdot\cos\frac{2n\pi x}{2a}dx =$$

$$= \frac{2}{a}\cdot\int_{a-c}^{a}p_1\cdot\cos\frac{\pi x}{a}dx = \frac{2\cdot p_1}{a}\cdot\frac{a}{\pi}\cdot\sin\frac{\pi x}{a}\Big|_{a-c}^{a} = \frac{2\cdot p_1}{\pi}\cdot\left(\sin\frac{\pi a}{a}-\sin\frac{\pi(a-c)}{a}\right) = -33.079$$

$$p(x) = -33.079\cdot\cos\frac{\pi x}{3}$$

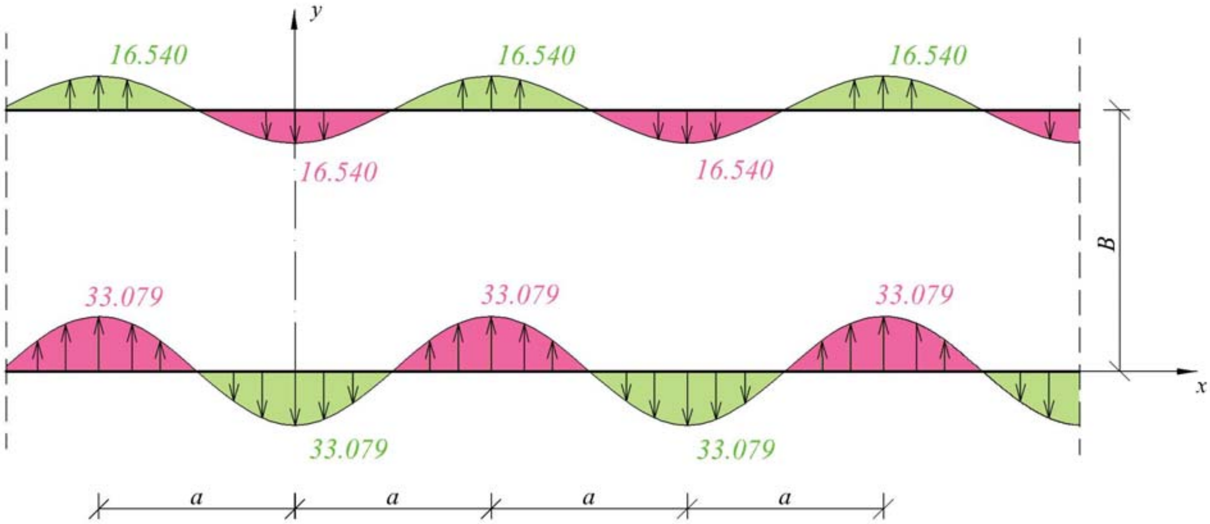
Исто ћемо урадити и са оптерећењем на горњој контури:

$$a_1^{"} = \frac{2}{L}\cdot\int_{-L/2}^{L/2}\overline{p}^{"}(x)\cdot\cos\frac{2n\pi x}{L}dx = \frac{4}{L}\cdot\int_{0}^{L/2}\overline{p}^{"}(x)\cdot\cos\frac{2\cdot 1\cdot\pi x}{L}dx = \frac{4}{2a}\cdot\int_{0}^{a}\overline{p}^{"}(x)\cdot\cos\frac{2n\pi x}{2a}dx =$$

$$= \frac{2}{a}\cdot\int_{0}^{a-c}p\cdot\cos\frac{\pi x}{a}dx = \frac{2\cdot p}{a}\cdot\frac{a}{\pi}\cdot\sin\frac{\pi x}{a}\Big|_{0}^{a-c} = \frac{2\cdot p}{\pi}\cdot\left(\sin\frac{\pi(a-c)}{a}-\sin\frac{\pi\cdot 0}{a}\right) = 16.540$$

$$p'(x) = 16.540\cdot\cos\frac{\pi x}{3}$$

Оптерећење за које ћемо одредити пресечне силе приказано је на слици:



Изрази за *напонску функцију* и пресечне силе су исти као у *примеру 2*:

$$F = \frac{1}{\alpha_1^2}\left[(A_1+\alpha_1\cdot y\cdot B_1)\cdot e^{-\alpha_1\cdot y}+(C_1+\alpha_1\cdot y\cdot D_1)\cdot e^{\alpha_1\cdot y}\right]\cdot\cos(\alpha_1\cdot x);\quad \alpha_1=\frac{\pi}{3}$$

$$N_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -\left[(A_1+\alpha_1\cdot y\cdot B_1)\cdot e^{-\alpha_1\cdot y}+(C_1+\alpha_1\cdot y\cdot D_1)\cdot e^{\alpha_1\cdot y}\right]\cdot\cos(\alpha_1\cdot x)$$

$$N_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \left\{\left[(A_1-2\cdot B_1)+\alpha_1\cdot y\cdot B_1\right]\cdot e^{-\alpha_1\cdot y}+\left[(C_1+2\cdot D_1)+\alpha_1\cdot y\cdot D_1\right]\cdot e^{\alpha_1\cdot y}\right\}\cdot\cos(\alpha_1\cdot x)$$

$$N_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x\partial y} = -\left\{\left[(A_1-B_1)+\alpha_1\cdot y\cdot B_1\right]\cdot e^{-\alpha_1\cdot y}-\left[(C_1+D_1)+\alpha_1\cdot y\cdot D_1\right]\cdot e^{\alpha_1\cdot y}\right\}\cdot\sin(\alpha_1\cdot x)$$

Непознате коефицијенте $\boldsymbol{A_1}$, $\boldsymbol{B_1}$, $\boldsymbol{C_1}$ и $\boldsymbol{D_1}$ одредићемо из граничних услова.

Гранични услови:

$$y=0\ \begin{cases} N_y = -p(x)\text{..........(1)} \\ N_{xy} = 0\text{.................(2)}\end{cases}\qquad y=B\ \begin{cases} N_y = -p'(x)\text{..........(3)} \\ N_{xy} = 0\text{.................(4)}\end{cases}$$

Систем једначина:

$$-A_1 - C_1 = 33.079 \dots\dots (1)$$

$$-A_1 + B_1 + C_1 + D_1 = 0 \dots\dots (2)$$

$$-0.015 \cdot A_1 - 0.0635 \cdot B_1 - 65.943 \cdot C_1 - 276.221 \cdot D_1 = -16.540 \dots\dots (3)$$

$$-0.015 \cdot A_1 - 0.048 \cdot B_1 + 65.943 \cdot C_1 + 342.164 \cdot D_1 = 0 \dots\dots (4)$$

чија су решења: $A_1 = -34.745$; $B_1 = -36.083$; $C_1 = 1.666$; $D_1 = -0.328$.

Пресечне силе су једнаке:

$$N_y = -\left[-(34.745 + 37.786 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} + (1.666 - 0.343 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}\right] \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

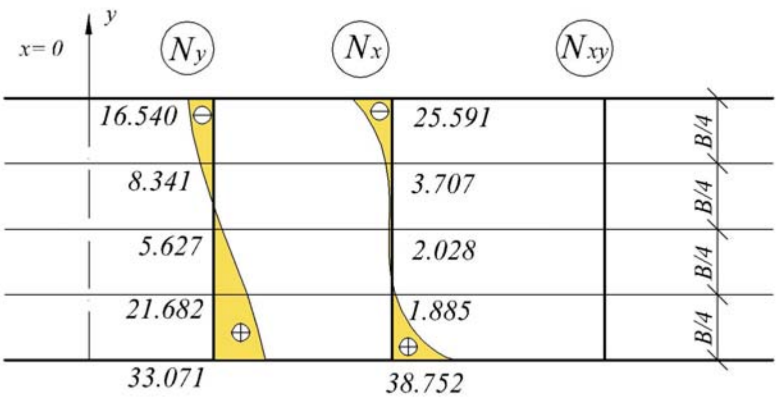
$$N_x = \left[(37.421 - 37.786 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} + (1.01 - 0.343 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}\right] \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

$$N_{xy} = -\left[(1.338 - 37.786 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} - (1.338 - 0.343 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}\right] \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

*Дијаграми за **x= 0**:*

$$N_y = (34.745 + 37.786 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} - (1.666 - 0.343 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}$$

$$N_x = (37.421 - 37.786 \cdot y) \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot y} + (1.01 - 0.343 \cdot y) \cdot e^{\frac{\pi}{3} \cdot y}; \quad N_{xy} \equiv 0$$



Дијаграме пресечних сила за ***x= a/2***, ***x= a*** урадити за домаћи.

Дијаграм пресечних сила за ***x= 0*** када користимо прва два члана реда усвојеног решења: